Exercice 1 :

Soit A, B, C trois points de l'espace affine $\mathcal{E}$.

1. Déterminer l'ensemble $\mathcal{D}$ des points M de $\mathcal{E}$ tels que les vecteurs $3\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}$ et $2\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$ soient colinéaires.
   On distinguera deux cas selon que $2\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}$ est nul ou non.
2. Dans cette question, $\mathcal{E}$ est muni d'un repère orthonormé et $A=(1,1,0)$, $B=(1,2,1)$, $C=(3,0,1)$.
   On note $\mathcal{P}$ le plan d'équation $4y+4x=3$.
   (a) Déterminer une représentation paramétrique de $\mathcal{D}$ puis des équations cartésiennes de $\mathcal{D}$.
   (b) Montrer que $\mathcal{D}$ coupe le plan $\mathcal{P}$ en un point Q que l'on déterminera.
   (c) Montrer que $R=\left(\frac{3}{2},-\frac{1}{4},-\frac{3}{4}\right)$ appartient à $\mathcal{D}$ et calculer RQ.
   (d) Calculer les coordonnées du projeté orthogonal H de R sur $\mathcal{P}$. En déduire des calculs de HR (distance de R à $\mathcal{P}$) et HQ.
   (e) Calculer d'une autre façon HQ à partir de RQ et HR.

Exercice 2 :

1. Dans cette question, $\mathcal{A}$ est le plan affine euclidien muni d'un repère orthonormé, et A, B, C sont trois points de $\mathcal{A}$.
   (a) Déterminer l'ensemble E_1 des points M de $\mathcal{A}$ tels que
   $$\left\|-\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|.$$
   En donner une description géométrique.
   (b) Déterminer l'ensemble E_2 des points M de $\mathcal{A}$ tels que :
   $$\left\|4\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|.$$
   En donner une description géométrique.
2. (a) Dans cette question, $A=(2,1)$, $B=(1,1)$, $C=(1,2)$.
   Montrer que E_1 est un cercle dont on déterminera les coordonnées du centre et le rayon.
   (b) Dans cette question, $\mathcal{A}$ est l'**espace** affine euclidien muni d'un repère orthonormé et $A=(1,1,1)$, $B=(1,0,1)$, $C=(2,1,1)$.
   On définit E_2 comme à la question 1) b).
   Montrer dans ce cas que E_2 est un plan dont on déterminera une équation cartésienne.

Exercice 3 :

Ici, $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{K} = \mathbb{C}$.

On pose $F_1 = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{K}^4,\ x - 2y + 3z + t = 0\}$ et $F_2 = Vect((1, 0, 1, -1), (2, 1, 3, 1), (-1, 2, 2, 1))$.

1. Déterminer une (ou des) équation(s) cartésienne(s) décrivant F_2.
2. Montrer que F_1 est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{K}^4$ et déterminer sa dimension.
3. Montrer que $F_1 \cap F_2$ est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{K}^4$ et en déterminer une base. Quelle est la dimension de $F_1 \cap F_2$?
4. Déterminer une base $(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}, \overrightarrow{d})$ de $\mathbb{K}^4$ telle que $(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$ soit une base de $F_1 \cap F_2$ et $(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c})$ soit une base de F_2.