Chapitre 3 : Nombres complexes

I - Rappels sur $\mathbb{C}$

1) Structure de $\mathbb{C}$

2) Aspect géométrique

3) Conjugué

4) Module

II - Ecriture exponentielle d'un nombre complexe non nul, argument

1) Exponentielle imaginaire

2) Argument d'un nombre complexe non nul

3) Exponentielle complexe

III - Equations du second degré dans $\mathbb{R}$

Relations coefficients-racines dans ce cadre.

Exemples de compétences attendues

- Savoir "jongler" entre les écritures algébriques, trigonométrique et exponentielle des nombres complexes.
- Savoir utiliser les propriétés du module et de la conjugaison (dont notamment $z\overline{z} = |z|^2$).
- Savoir utiliser les formules d'Euler

$$\cos\theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2} \text{ et } \sin\theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}.$$

  et les formules de l'angle moyen

$$e^{i\theta} + e^{i\theta'} = 2\cos\left(\frac{\theta - \theta'}{2}\right) e^{i\frac{\theta+\theta'}{2}} \text{ et } e^{i\theta} - e^{i\theta'} = 2i\sin\left(\frac{\theta - \theta'}{2}\right) e^{i\frac{\theta+\theta'}{2}}$$

  dont le cas particulier où $\theta' = 0$

$$e^{i\theta} + 1 = 2\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{i\frac{\theta}{2}} \text{ et } e^{i\theta} - 1 = 2i\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{i\frac{\theta}{2}}.$$

- Savoir utiliser la formule de de Moivre

$$(\cos\theta + i\sin\theta)^n = \cos(n\theta) + i\sin(n\theta) \text{ ou } (e^{i\theta})^n = e^{in\theta}.$$

- Savoir utiliser les propriétés de l'exponentielle complexe.
- Savoir résoudre une équation du second degré à coefficients réels.
- Connaître les relations coefficients racines pour un polynôme de degré 2 à coefficients réels.
- Savoir calculer une racine n-ième d'un nombre complexe (quand c'est possible).
- Savoir calculer les racines carrées d'un nombre complexe. Application à la résolution d'une équation du second degré à coefficients complexes.

Questions de cours possibles :

Énoncer et démontrer les formules de l'angle moyen.

Module et argument d'un complexe de la forme $1 + e^{i\theta}$ ou de la forme $e^{i\theta} - 1$.

Énoncer et démontrer l'inégalité triangulaire $|z + z'| \leqslant |z| + |z'|$

À noter pour les colleurs !!

Pas d'exercices avec des fonctions de $\mathbb{C}$ dans $\mathbb{C}$ avec des questions du type : la fonction est-elle injective ? surjective ?

Nous n'avons pas encore vu le chapitre sur les applications.