Chapitre 3 : Nombres complexes

I - Rappels sur $\mathbb{C}$

1) Structure de $\mathbb{C}$

2) Aspect géométrique

3) Conjugué

4) Module

II - Ecriture exponentielle d'un nombre complexe non nul, argument

1) Exponentielle imaginaire

2) Argument d'un nombre complexe non nul

3) Exponentielle complexe

III - Equations du second degré dans $\mathbb{R}$

Relations coefficients-racines dans ce cadre.

Exemples de compétences attendues

- Savoir "jongler" entre les écritures algébriques, trigonométrique et exponentielle des nombres complexes.
- Savoir utiliser les propriétés du module et de la conjugaison (dont notamment $z\overline{z} = |z|^2$).
- Savoir utiliser les formules d'Euler

$$\cos\theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2} \text{ et } \sin\theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}.$$

  et les formules de l'angle moyen

$$e^{i\theta} + e^{i\theta'} = 2\cos\left(\frac{\theta-\theta'}{2}\right) e^{i\frac{\theta+\theta'}{2}} \text{ et } e^{i\theta} - e^{i\theta'} = 2i\sin\left(\frac{\theta-\theta'}{2}\right) e^{i\frac{\theta+\theta'}{2}}$$

  dont le cas particulier où $\theta' = 0$

$$e^{i\theta} + 1 = 2\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{i\frac{\theta}{2}} \text{ et } e^{i\theta} - 1 = 2i\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{i\frac{\theta}{2}}.$$

- Savoir utiliser la formule de de Moivre

$$(\cos\theta + i\sin\theta)^n = \cos(n\theta) + i\sin(n\theta) \text{ ou } (e^{i\theta})^n = e^{in\theta}.$$

- Savoir utiliser les propriétés de l'exponentielle complexe.
- Savoir résoudre une équation du second degré à coefficients réels.
- Connaître les relations coefficients racines pour un polynôme de degré 2 à coefficients réels.
- Savoir calculer une racine n-ième d'un nombre complexe (quand c'est possible).
- Savoir calculer les racines carrées d'un nombre complexe. Application à la résolution d'une équation du second degré à coefficients complexes.

Questions de cours possibles :

- Énoncer et démontrer les formules de l'angle moyen.
- Module et argument d'un complexe de la forme $1 + e^{i\theta}$ ou de la forme $e^{i\theta} - 1$.
- Énoncer et démontrer l'inégalité triangulaire $|z + z'| \leqslant |z| + |z'|$

Chapitre 4 : Trigonométrie

I - Généralités

1) Définitions

2) Formules de trigonométrie

Formulaire de trigonométrie pour les fonctions circulaires cos, sin et tan.

II - Résolution d'équations trigonométriques

1) L'équation cos(x) = c

2) L'équation sin(x) = s

3) L'équation tan(x) = t

4) Réduction de $A\cos x + B\sin x$ sous la forme $C\cos(x - \varphi)$

Application aux résolutions d'équations du type $A\cos x + B\sin x = c$

III - Linéarisation

Linéarisation de monômes trigonométriques. Application au calcul de certaines intégrales.

Exemples de compétences attendues

- Résoudre des équations d'inconnue x du type : $\cos x = c$, $\sin x = c$ ou $\tan x = c$
  De même pour des inéquations.
- Résoudre des équations ou inéquations faisant intervenir des expressions du type $A\cos(x) + B\sin(x)$.
- Linéarisation :
  Si $(p, q) \in \mathbb{N}^2$,
  écrire $\sin^p(x)\cos^q(x)$ comme
  sommes d'expressions du type
  $\lambda\sin(nx)$ ou $\mu\cos(nx)$
  (avec $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}$)
- Savoir mener des calculs de quelques sommes trigonométriques.

Questions de cours possibles :

- Expliquer comment réduire des expressions $A\cos(x) + B\sin(x)$ sous la forme $r\cos(x - \varphi)$. Cas général et application sur un exemple.
- Résolutions d'équations de la forme $\cos(x) = c$, $\sin(x) = s$ ou $\tan(x) = t$.