

Chapitre 5 : Nombres complexes**I - Rappels sur \mathbb{C}** **1) Structure de \mathbb{C}** **2) Aspect géométrique****3) Conjugué****4) Module****II - Ecriture exponentielle d'un nombre complexe non nul, argument****1) Exponentielle imaginaire****2) Argument d'un nombre complexe non nul****3) Exponentielle complexe****III - Equations du second degré dans \mathbb{R}**

Relations coefficients-racines dans ce cadre.

Exemples de compétences attendues

- Savoir "jongler" entre les écritures algébriques, trigonométrique et exponentielle des nombres complexes.
- Savoir utiliser les propriétés du module et de la conjugaison (dont notamment $z\bar{z} = |z|^2$).
- Savoir utiliser les formules d'Euler

$$\cos \theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2} \text{ et } \sin \theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}.$$

et les formules de l'angle moyen

$$e^{i\theta} + e^{i\theta'} = 2 \cos\left(\frac{\theta - \theta'}{2}\right) e^{i\frac{\theta+\theta'}{2}} \text{ et } e^{i\theta} - e^{i\theta'} = 2i \sin\left(\frac{\theta - \theta'}{2}\right) e^{i\frac{\theta+\theta'}{2}}$$

dont le cas particulier où $\theta' = 0$

$$e^{i\theta} + 1 = 2 \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{i\frac{\theta}{2}} \text{ et } e^{i\theta} - 1 = 2i \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{i\frac{\theta}{2}}.$$

- Savoir utiliser la formule de de Moivre

$$(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos(n\theta) + i \sin(n\theta) \text{ ou } (e^{i\theta})^n = e^{in\theta}.$$

- Savoir utiliser les propriétés de l'exponentielle complexe.
- Savoir résoudre une équation du second degré à coefficients réels.
- Connaître les relations coefficients racines pour un polynôme de degré 2 à coefficients réels.
- Savoir calculer une racine n -ième d'un nombre complexe (quand c'est possible).
- Savoir calculer les racines carrées d'un nombre complexe. Application à la résolution d'une équation du second degré à coefficients complexes.

Questions de cours possibles :

- Énoncer et démontrer les formules de l'angle moyen.
- Module et argument d'un complexe de la forme $1 + e^{i\theta}$ ou de la forme $e^{i\theta} - 1$.
- Énoncer et démontrer l'inégalité triangulaire $|z + z'| \leq |z| + |z'|$

Chapitre 6 : Trigonométrie

I - Généralités

1) Définitions

2) Formules de trigonométrie

Formulaire de trigonométrie pour les fonctions circulaires \cos , \sin et \tan .

II - Résolution d'équations trigonométriques

1) L'équation $\cos(x) = c$

2) L'équation $\sin(x) = s$

3) L'équation $\tan(x) = t$

4) Réduction de $A \cos x + B \sin x$ sous la forme $C \cos(x - \varphi)$

Application aux résolutions d'équations du type $A \cos x + B \sin x = c$

III - Linéarisation

Linéarisation de monômes trigonométriques. Application au calcul de certaines intégrales.

Exemples des premières compétences attendues

- Résoudre des équations d'inconnue x du type : $\cos x = c$, $\sin x = c$ ou $\tan x = c$
- Résoudre des équations ou inéquations faisant intervenir des expressions du type $A \cos(x) + B \sin(x)$.
Linéarisation :
Si $(p, q) \in \mathbb{N}^2$,
écrire $\sin^p(x) \cos^q(x)$ comme
sommes d'expressions du type
 $\lambda \sin(nx)$ ou $\mu \cos(nx)$
(avec $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}$)

Questions de cours possibles :

- Expliquer comment réduire des expressions $A \cos(x) + B \sin(x)$ sous la forme $r \cos(x - \varphi)$. Cas général et application sur un exemple.
- Résolutions d'équations de la forme $\cos(x) = c$, $\sin(x) = s$ ou $\tan(x) = t$ sur un ou deux exemples.